**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ**

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

Μάθημα: **Διαφορικές Εξισώσεις**

Εξάμηνο: **3Ο**

Διδάσκων καθηγητής: **Δρ Αντώνης Αντωνίου**

e-mail: **ananton@phys.uoa.gr**

**Φυλλάδιο ασκήσεων 8**

**Εφαρμογές στη Φυσική**

**Πρόβλημα 1:**

Μια σφαίρα εισέρχεται κατά τη χρονική στιγμή $t=0$ σε ένα υγρό μέσο και «φρενάρει», δηλαδή υφίσταται μια δύναμη $F$ ανάλογη της ταχύτητας $F=-λυ$, όπου λ ένας συντελεστής τριβής που εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή.

Να βρεθεί το βάθος $l$ στο οποίο θα εισχωρήσει η σφαίρα, αν είναι γνωστά η αρχική θέση της σφαίρας $x\left(0\right)=0$, η αρχική της ταχύτητα $υ\left(0\right)=υ\_{0}$, ο συντελεστής τριβής $λ$ και η μάζα $m$ της σφαίρας. Μπορούμε να δούμε πως μεταβάλλεται χρονικά η ταχύτητα της σφαίρας;

Υπόδειξη: Βρείτε την εξίσωση κίνησης $x(t)$ (δηλαδή τη θέση της σφαίρας κάθε χρονική στιγμή $t$) και στη συνέχεια βρείτε το όριο του $x(t)$ στο συν άπειρο.

**Πρόβλημα 2:**

Σώμα μάζας $m$ κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω σε ομογενές πεδίο βαρύτητας $g$. Στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής $F$ ανάλογη της ταχύτητας $F=λυ$, όπου λ ο συντελεστής τριβής. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρισκόταν στη θέση $x=0$ και είχε αρχική ταχύτητα $υ\_{0}=0$.

Να βρεθούν η θέση $x(t)$ και η ταχύτητα $υ(t)$ για κάθε χρονική στιγμή $t$.

**Πρόβλημα 3:**

Εξετάστε τη χρονική συμπεριφορά της ταχύτητας στο πρόβλημα 1 για την περίπτωση που η δύναμη τριβής είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, δηλ. $F=-λυ^{2}$. Υπήρξε κάποια χρονική στιγμή στο παρελθόν που το σώμα είχε άπειρη ταχύτητα; Πώς σχολιάζετε το γεγονός αυτό;

**Πρόβλημα 4:** Εξετάστε τη χρονική συμπεριφορά της ταχύτητας στο πρόβλημα 2 αν στο σώμα ασκείται τριβή ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, δηλ. $F=-λυ^{2}$.

**Πρόβλημα 5.:** Η ελεύθερη αρμονική ταλάντωση χωρίς τριβή είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν υφίσταται μια δύναμη $F=-kx$, ανάλογη με την απομάκρυνσή του από κάποιο ελκτικό κέντρο $x=0$. Οι προϋποθέσεις για μια τέτοια κίνηση πραγματοποιούνται στο σύστημα «μάζας-ελατηρίου» όταν αυτό απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας του και από εκεί αφήνεται ελεύθερο να ταλαντωθεί υπό την επίδραση μόνο των εσωτερικών δυνάμεων. Να βρεθεί και να μελετηθεί η εξίσωση κίνησης μιας τέτοιας ταλάντωσης αν $x\left(0\right)=x\_{0}$ και $\dot{x}\left(0\right)=υ\_{0}$.